

Appli-Cours : CORRIGE – Croissance – graphique et prévision :
La Loi de Population de T.R MALTHUS - « Essai sur le principe de population » - 1798 –

Selon T.R MALTHUS, la croissance arithmétique des subsistances ne permettra pas de faire face à la croissance géométrique de la population.

A l'aide des données de la Banque Mondiale, on souhaite vérifier la validité de la loi de Malthus sur la période récente 1970-2020.

On dispose des données brutes relatives à l'évolution de la Population mondiale (P en Milliards d'habitants) et du Produit intérieur brut par tête (PIB ou B en dollars US) suivantes :

 THE WORLD BANK IBRD • IDA		Data		
Année	Population (*)	PIB/tête (**)	ln(P)	ln(B)
1970	3,68	2301	1,30	7,74
1980	4,43	2548	1,49	7,84
1990	5,28	4310	1,66	8,37
2000	6,11	5503	1,81	8,61
2010	6,92	9558	1,93	9,17
2020	7,75	10925	2,05	9,30
(*) en Milliards d'habitants				
(**) en \$ US				

Travail demandé :

En utilisant des indicateurs de croissance pertinents (dont vous donnerez la formule), ainsi qu'une représentation graphique appropriée, justifier ou infirmer par un court commentaire, la loi de Malthus.

Vous vous efforcerez d'écrire la formule de la croissance suivie par les variables P et B. Puis, vous conclurez sur la validité de la loi.

Enfin vous jugerez par une prévision (selon la méthode de votre choix), du caractère alarmant ou non de l'évolution à l'horizon 2027.

Résultats du calcul des indicateurs de croissance globale et moyenne

	(P)	(B)
μ	2,106	4,748
τ	111%	375%
MAM	1,015	1,032
TCAM	1,50%	3,16%

(NB : le calcul de l'indicateur « Indice $I_{t/70}$ » est volontairement conservé pour la prévision 2027.)

Ces indicateurs s'écrivent pour la variable (P) la population (il en est de même pour B, le PIB/tête) :

$${}_{70}\mu(P)_{120} = P_{120}/P_{70} = 7,75/68 = 2,106$$

$${}_{70}\tau(P)_{120} = ({}_{70}\mu(P)_{120} - 1) \times 100\% = (2,106 - 1) \times 100\% = 110,6\% \text{ soit } 111\%$$

$${}_{70}\text{MAM}(P)_{120} = ({}_{70}\mu(P)_{120})^{1/(120-75)} = (2,106)^{1/50} = 1,015$$

$${}_{70}\text{TCAM}(P)_{120} = ({}_{70}\text{MAM}(P)_{120} - 1) \times 100\% = (1,015 - 1) \times 100\% = 1,5\%$$

Commentaire des résultats du calcul des indicateurs pour P et B

Considérée à l'échelle mondiale, sur le dernier demi siècle, la loi de Malthus est contredite par les indicateurs de croissance. Les subsistances (mesurées ici par le revenu par tête) croissent plus vite que la population. Sur l'ensemble de la période, les subsistances sont multipliées par près de 5, contre 2 pour la population. La croissance forte de la population (plus de 100%) est dépassée par celle des subsistances (375%). En moyenne annuelle, le taux de croissance des subsistances est double de celui de la population (3,16% contre 1,5%).

Chacune des variables suit une croissance exponentielle, laquelle s'écrit à l'aide de la FC_e :

$$P_t = P_0 (1 + ({}_{70}\text{TCAM}(P)_{120}/100))^t = P_0 (1 + 0,015)^t$$

$$\text{On peut vérifier, par exemple aux extrêmes, que } P_{120} = P_{70} (1 + 0,015)^{50} = 3,68 \times 2,106 = 7,75$$

$$B_t = B_0 (1 + ({}_{70}\text{TCAM}(B)_{120}/100))^t = B_0 (1 + 0,0316)^t$$

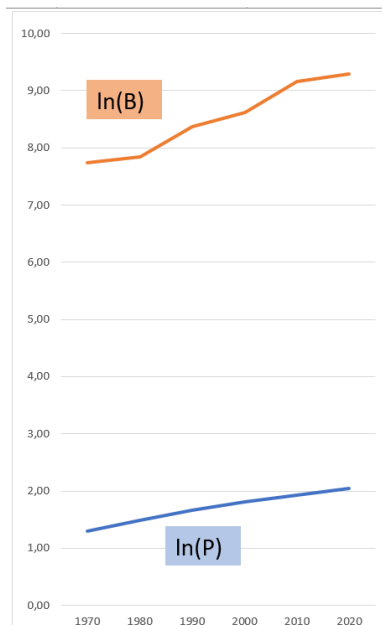
$$\text{On peut vérifier, par exemple aux extrêmes, que } B_{120} = B_{70} (1 + 0,0316)^{50} = 2301 \times 4,748 = 10925$$

Conclusion

La loi de Malthus est donc contredite, car les subsistances croissent aussi de manière exponentielle du fait du progrès technique, tandis que la population est limitée dans sa croissance par l'adoption de nouveaux modes de vie. Toutefois, les données mondiales masquent des inégalités géographiques. La Loi de Malthus trouve alors son accomplissement dans les zones où n'ont pas joué les deux facteurs précédents.

La représentation graphique

La représentation graphique doit être **semi logarithmique**. Il faut donc compléter le tableau par le calcul de **ln(P)** et **ln(B)**, puis représenter les points de coordonnées $(t ; \ln_t)$. Soit le Graph :



Commentaire

On ne dira pas à la lecture du graphique ci-dessous que la croissance du PIB/tête est nettement supérieure à celle de la population parce qu'un grand écart sépare les deux courbes (l'une élevée, l'autre basse). Ce phénomène tient uniquement à la différence entre les valeurs absolues, lesquelles ne sont pas comparables (6,92 Milliards de personnes et 9558 \$ US, ne peuvent être comparables) , pas plus que leurs logarithmes respectifs : $\ln(B) = 9,3 > \ln(P) = 2,05$ n'indique en rien une croissance supérieure.

Par contre la pente des courbes illustre la différence entre les deux croissances. Cette pente est plus faible pour P, que pour B. On retrouve ainsi géométriquement le constat réalisé à l'aide des indicateurs.

LA PREVISION A L'HORIZON 2027

La prévision doit être logarithmique si l'on recourt à la méthode géométrique de **Mayer**, qui consiste à rechercher *l'équation du trend (ou droite de tendance) aux point extrêmes* (voir le graph).

Prévision de la Population (P_{127})

On cherche l'équation : $\ln(P_t) = a.t + b$ en l'écrivant aux points extrêmes :

Point supérieur (B) : $\ln(P_{120}) = a.120 + b$ soit $2,05 = a.120 + b$

Point inférieur (A) : $\ln(P_{70}) = a.70 + b$ soit $1,30 = a.70 + b$

$(B) - (A) \quad 0,75 = 50a \rightarrow a = 0,75/50 = 0,015$

En reportant $a=0,015$ dans (B) $2,05 = a.120 + b$ (B) devient $2,05 = (120 \times 0,015) + b = 1,8 + b$

donc $b = 2,05 - 1,8 = 0,25$

L'équation recherchée est donc : $\ln(P_t) = 0,015.t + 0,25$

La prévision estimée pour 2027 s'écrit : $\ln(P_{127})^{\wedge} = (0,015 \times 127) + 0,25 = 1,905 + 0,25 = 2,155$

En exponentiant il vient $P_{127}^{\wedge} = e^{2,15} = 8,58 \text{ Milliards d'habitants estimés}$

Prévision du produit/tête (B) – Même méthode -

On cherche l'équation : $\ln(B_t) = a.t + b$ en l'écrivant aux points extrêmes :

Point supérieur (B) : $\ln(B_{120}) = a.120 + b$ soit $9,3 = a.120 + b$

Point inférieur (A) : $\ln(B_{70}) = a.70 + b$ soit $7,74 = a.70 + b$

(B) – (A) $1,56 = 50a \Rightarrow a = 1,56/50 = 0,0312$

En reportant $a=0,0312$ dans (B) $9,3 = a.120 + b$ (B) devient $9,3 = (120 \times 0,0312) + b = 3,744 + b$

donc $b = 9,3 - 3,744 = 5,556$

L'équation recherchée est donc : $\ln(B_t) = 0,0312.t + 5,556$

La prévision estimée pour 2027 s'écrit : $\ln(B_{127})^{\wedge} = (0,0312 \times 127) + 5,556 = 3,96 + 5,556 = 9,516$

En exponentiant il vient $B_{127}^{\wedge} = e^{9,516} = 13575 \text{ \$US/ tête}$

Commentaire : En 2027, la population se monterait dans le monde à *8,58 Milliards d'habitants*, qui vivraient avec un revenu par tête égal à 13575 \$US, toutes choses étant égales par ailleurs.

En base 100 en 1970 : la population atteindrait donc en 2027 l'indice $233 (I(P)_{127/70}) = {}_{70}\mu(P)_{127} \times 100$

L'écart positif de la croissance des subsistances par rapport à celle de la population demeurerait. Ce qui conduit à un constat optimiste, sans toutefois négliger la portée de la loi de Malthus. En effet, dans certaines zones géographiques du monde, défavorisées par le progrès, la pauvreté ne devrait pas s'étendre, mais plutôt perdurer.

(Pour la curiosité voir le classement partiel ci-après)

LES PREMIERS

Pays	PIB/hab (US\$ PPA)	Rang mondial
 Qatar	130 475	1
 Macao (RAS Chine)	116 808	2
 Luxembourg	106 705	3
 Singapour	100 345	4
 Brunei	79 530	5
 Irlande	78 785	6
 Norvège	74 356	7
 Émirats arabes unis	69 382	8
 Koweït	67 000	9
 Suisse	64 649	10
 Hong Kong (RAS Chine)	64 216	11
 États-Unis	62 606	12
 Taïwan	53 023	15
 Allemagne	52 559	17
 Autriche	52 137	19
 Canada	49 651	21
 France	45 775	23
 Japon	44 227	28
 Italie	32 254	38

.....

LES DERNIERS

 Russie	29 267	49
 Uruguay	23 274	59
 Chine	18 110	72
 Serbie	17 555	78
 Brésil	16 154	80
 Colombie	14 943	85
 Afrique du Sud	13 675	89
 Égypte	13 366	94
 Équateur	11 718	100
 Ukraine	9 283	111
 Guatemala	8 436	116
 Viêt Nam	7 510	121
 Honduras	5 212	135
 Côte d'Ivoire	4 178	139
 Bénin	2 415	160
 Haïti	1 864	172
 Togo	1 746	173
 Niger	1 217	181
 République démocratique du Congo	767	183
 République centrafricaine	712	185

Et peut être d'autres...



fin